ПЛАН УЧЕБНОГО ЗАНЯТИЯ

по дисциплине «Математика»

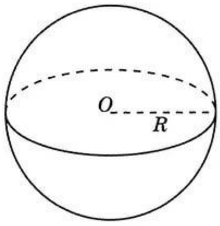
дата 10.02.2024

Тема: «Шар и сфера, их сечения. Касательная плоскость к сфере»

1. **Новый материал (конспект в тетрадь)**

1. Сфера и шар

Сферой называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки



Сфера может быть получена вращением полуокружности вокруг её диаметра

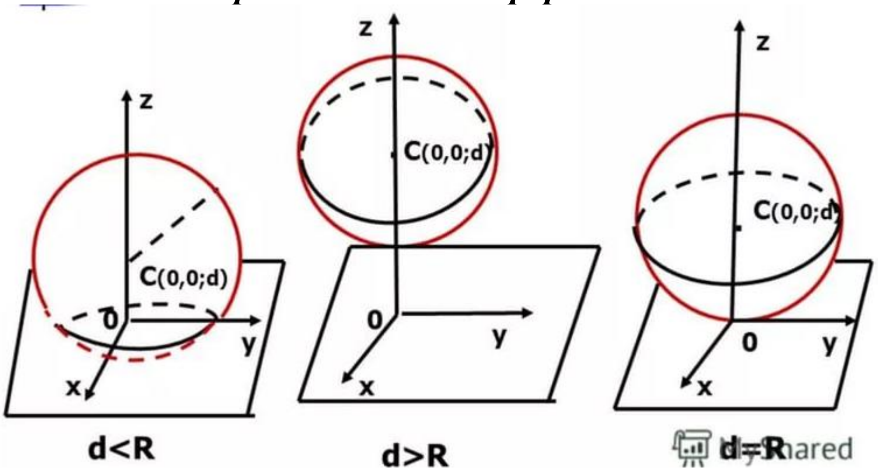
Тело, ограниченное сферой, называется **шаром**.

2. Уравнение сферы

Уравнение сферы радиуса R с центром (x_0, y_0, z_0)

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2$$

3. *Взаимное расположение сферы и плоскости*



Сечение сферы плоскостью – окружность, сечение шара плоскостью – круг

4. Касательная плоскость к сфере

Определение: плоскость, имеющая со сферой только одну общую точку, называется касательной плоскостью.

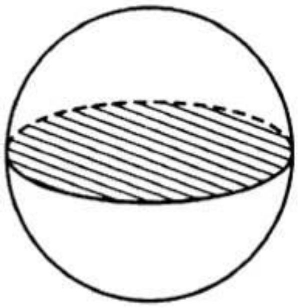
Теорема: радиус сферы, проведенный в точку касания сферы и плоскости, перпендикулярен к касательной плоскости.

5. ***Площадь сферы***

$S=4\pi R^2$

Решение задач

Задание 1. Напишите уравнение сферы радиуса R с центром A, если A(2; -4;7), R =3.



Дано:
A (2; -4;7)
R =3
Найти:
$(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$

Решение:

Уравнение сферы: $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$.

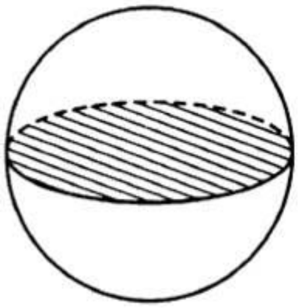
По условию $x_0=2; y_0=-4; z_0=7; R=3$

$(x-2)^2+(y-(-4))^2+(z-7)^2=3^2 \Rightarrow$

$(x-2)^2+(y+4)^2+(z-7)^2=9$

Ответ: $(x-2)^2+(y+4)^2+(z-7)^2=9$

Задание 2. Найдите координаты центра и радиус сферы, заданной уравнением: а) $x^2+y^2+z^2=49$; б) $(x-3)^2+(y+2)^2+z^2=2$



Дано:
а) $x^2+y^2+z^2=49$;
б) $(x-3)^2+(y+2)^2+z^2=2$
Найти:
$A(x_0;\ y_0;\ z_0)-?$
R - ?

Решение:

Уравнение сферы $(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=R^2$.

а) $x^2+y^2+z^2=49$

A(0; 0; 0), так как координаты$(x_0;\ y_0;\ z_0)$ отсутствуют в данном выражении.

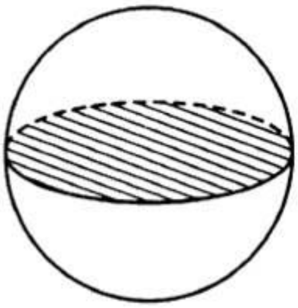
$R=\sqrt{49}=7$

б) $(x-3)^2+(y+2)^2+z^2=2 \Rightarrow A(3;-2;0)$

$R=\sqrt{2}$

Ответ: а) $A(0;0;0), R=7$; б) $A(3;-2;0), R=\sqrt{2}$

Задание 3. Найдите площадь сферы, если радиус равен $R = \sqrt{2}$ м.

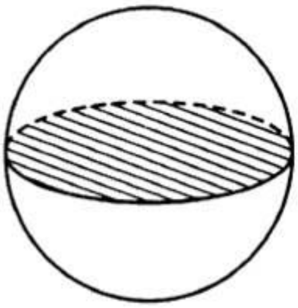


Дано:
сфера;
$R = \sqrt{2}$ м.
Найти: $S_{сф}$ – ?

Решение:
Площадь сферы вычисляется по формуле: $S_{сф} = 4\pi R^2$
Подставляя в данную формулу $R = \sqrt{2}$ м, получаем:
$S_{сф} = 4\pi\left(\sqrt{2}\right)^2 = 4\pi \cdot 2 = 8\pi\left(м^2\right)$

Ответ: $S_{сф} = 8\pi\ м^2$

Задание 4. Площадь сферы равна 324 π см^2. Найдите радиус сферы R.

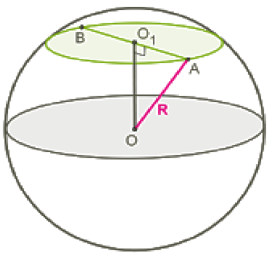


Дано:
сфера;
$S_{сф} = 324\pi$ см^2
Найти: R – ?

Решение:
Площадь сферы вычисляется по формуле:
$$S_{сф} = 4\pi R^2 \Rightarrow R^2 = \frac{S_{сф}}{4\pi} \Rightarrow R = \sqrt{\frac{S_{сф}}{4\pi}}$$
Подставляя в данную формулу $S_{сф} = 324\pi$, получаем:
$$R = \sqrt{\frac{S_{сф}}{4\pi}} = \sqrt{\frac{324\pi}{4\pi}} = \sqrt{81} = 9 \text{ см.}$$

Ответ: R=9 см

Задание 5. Расстояние от центра шара радиуса R=12 см до секущей плоскости равно 8 см. Найдите площадь сечения.



Дано:
шар
$d = OO_1 = 8см$
$R = OA = 12$
Найти: $S_{сеч}$ –?

Решение:

1. Т.к. $R \succ d$, то секущая плоскость и сфера пересекаются по окружности. В сечении – круг с радиусом $r = O_1A$: $\boldsymbol{S_{сеч} = \pi r^2}$

2. Рассмотрим ΔOO_1A:- прямоугольный. по теореме Пифагора: $OA^2 = OO_1{}^2 + O_1A^2 \Rightarrow O_1A = \sqrt{OA^2 - OO_1{}^2}$

Подставляя числовые данные, находим: $O_1A = \sqrt{12^2 - 8^2} = \sqrt{144 - 64} = \sqrt{80}$ см.

3. Находим площадь сечения: $S_{сеч} = \pi \cdot \left(\sqrt{80}\right)^2 = 80\pi \ см^2$

Ответ: $S_{сеч} = 80\pi \ см^2$

Домашнее задание

Проработать конспект по тетради

Задание отправляем на электронную почту oles.udalova@yandex.ru